

2020年度 群馬大学共同教育学部

推薦入試・帰国生入試問題

数学専攻

小論文

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は3題あり、それぞれ解答用紙に記載してあります。3枚の解答用紙と1枚の下書用紙があります。  
落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には申し出てください。
3. 受験番号と氏名は全ての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 3枚の解答用紙のみを回収するので、この表紙と下書用紙は持ち帰ってください。
5. 解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

下書用紙

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

1

半径 1 の円を  $C$  とする.  $C$  に外接する正多角形と内接する正多角形を考え, それぞれの面積の比較をしたい. そこで,  $C$  に外接する正  $n$  角形の面積を  $T_n$  とし,  $C$  に内接する正  $n$  角形の面積を  $S_n$  とする.

(1)  $C$  に外接する正 12 角形の面積  $T_{12}$  が  $12(2 - \sqrt{3})$  に等しいことを根拠とともに説明せよ.

(2) 3 以上の自然数  $n$  に関して,  $T_n, S_n$  が次のように表されることを示せ.

$$T_n = n \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n}}, \quad S_n = n \sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n}$$

(3)  $C$  に外接する正  $2n$  角形と内接する正  $n$  角形の面積比を考える. 数列  $\left\{ \frac{T_{2n}}{S_n} \right\}$  の極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_{2n}}{S_n}$  を求めよ.

[ 解答欄 ]

得 点	
--------	--

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

2

3 次関数と対数関数とを組み合わせで作られた次の関数を考える.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \log x^2 \quad (x \neq 0)$$

- (1) 正の実数  $x$  が不等式  $\log x < x$  を常に満たすということを根拠とともに説明せよ.
- (2)  $x \rightarrow -\infty$  のときの  $f(x)$  の値の極限, すなわち  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  を求めよ.
- (3)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け. ただし,  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = 0$  が共有点を持つ場合, その共有点の座標は求めなくてよい.

[ 解答欄 ]

得 点	
--------	--

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

3

曲線  $y = e^x$  を  $G$  とする.  $t$  を実数とし,  $G$  上の点  $P(t, e^t)$  における接線と点  $Q(t+1, e^{t+1})$  における接線と  $G$  とで囲まれた図形の面積を  $A(t)$  と表す. 自然数  $n$  について,  $\frac{A(t+n)}{A(t)}$  を  $n$  の式で表せ.

[ 解答欄 ]

得 点	
--------	--