’19

前期日程

数　学　問　題

（医学部医学科）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には，2 枚の計算用紙と，問題文を含む 5 枚の解答用紙があります。試験開始後，問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5 枚の解答用紙のみを回収しますので，この表紙と 2 枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に記入し，裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計　算　用　紙　(1)

計　算　用　紙　(2)

数　　学

氏 名	

受 験 番 号	

$\boxed{1}$ 次の問に答えよ。

(1) x, y が正の数で，$\log_x y = t$ とするとき，$\log_y \dfrac{x^3}{y^4}$ を t で表せ。

(2) 連立不等式

$$0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad (\log_x y)^2 + \log_y \frac{x^3}{y^4} \leqq 0$$

の表す領域を，xy 平面上に図示せよ。

[解答欄]

得 点	

数　　学

氏名	

受験番号	

$\boxed{2}$ i を虚数単位とし， $f(z)=\dfrac{z-1}{z+1+i}$ とする。複素数 z_n $(n=1,2,3,\cdots)$ は

$$z_1=i, \qquad z_{n+1}=f(z_n) \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

を満たしているとする。このとき次の問に答えよ。

(1) 虚部が正となる複素数 α で $f(\alpha)=\alpha$ となるものを求めよ。

(2) n が奇数のとき， z_n は虚部が正である純虚数であることを示せ。

(3) $|z_n|$ を z_n の絶対値とするとき，数列 $\{|z_n|\}$ の極限を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　　学

氏 名	

受験番号	

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\begin{cases}1 & (x=0)\\ \dfrac{\sin x}{e^x-1} & (x\neq 0)\end{cases}$$

で定義する。次の問に答えよ。

(1) 正の実数 x に対して，x^2，$(e^x-1)^2$，$2(xe^x-e^x+1)$ の間の大小関係を求めよ。

(2) $f(x)$ が $x=0$ で微分可能であることを示せ。

(3) $x=0$ における $f(x)$ の微分係数を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

4 原点を中心とする半径 2 の円 C_1 と極方程式 $r^2\cos 2\theta = 1$ $\left(-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$ の表す曲線 C_2 について，次の問に答えよ。

(1) C_2 を直交座標に関する方程式で表せ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた 原点を含まない図形を直線 $y = -x$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

$\boxed{5}$ 座標空間において原点O，点A$(1,-2,2)$，点B$(3,-4,5)$をとり，3点O, A, Bが定める平面をαとする。このとき次の問に答えよ。

(1) 平面α上に点Fをとる。Fの位置ベクトル$\vec{f}$は$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と垂直な単位ベクトルであり，$\vec{f}$と$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$のなす角$\theta$は不等式$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$を満たしている。このとき点Fの座標を求めよ。

(2) 点P$(0,0,2)$の位置ベクトルを$\vec{p}$とおく。ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と同じ向きの単位ベクトルを$\vec{e}$とし，$s,t$がそれぞれ実数全体を動くとき，$|\vec{p}-(s\vec{e}+t\vec{f})|$の最小値を求めよ。

[解答欄]

得点	